

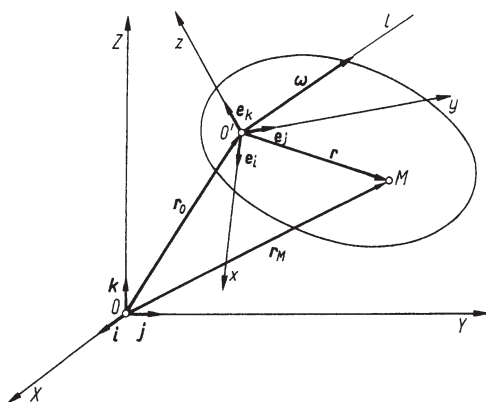
# Ruch złożony

## 13

Dotychczas był rozważany ruch punktu lub ciała sztywnego względem układu odniesienia, który uważaliśmy za nieruchomy. W ruchu tym tor każdego punktu był nieruchomy. W rzeczywistości układy odniesienia, który przyjmowaliśmy za nieruchome, mogą poruszać się względem innego układu odniesienia, wówczas ruch punktu można uważać za ruch złożony z ruchu unoszenia układu ruchomego i ruchu punktu względem układu ruchomego. W praktycznych obliczeniach możemy przyjmować, że układ nieruchomy jest związany z Ziemią lub ze Słońcem. Za przykład ruchu złożonego niech posłuży ruch pasażera (ruch względny) w wagonie jadącego pociągu. Dokładny opis ruchu tego pasażera wymaga uwzględnienia ruchu wagonu (ruchu unoszenia) względem Ziemi.

Ruch każdego punktu lub ciała sztywnego można rozważać jako wielokrotnie względny, np. ruch pasażera względem wagonu, wagonu względem Ziemi, Ziemi względem Słońca, Słońca względem gwiazd itd.

Ruch punktu  $M$  względem układu nieruchomego  $OXYZ$  (rys. 13.1) nazywamy *ruchem bezwzględnym*. Ruch punktu  $M$  względem układu ruchomego  $Oxyz$  nazywamy *ruchem względnym*. Ruch układu ruchomego  $O'xyz$  względem układu nieruchomego  $OXYZ$  nazywamy *ruchem unoszenia*.



**Rys. 13.1.**  
Ruch złożony punktu

Ruch unoszenia można określić inaczej, że jest to ruch punktu  $M$ , jaki wykonałby on względem układu nieruchomego  $OXYZ$ , gdyby go w danej chwili sztywno związać z układem  $O'xyz$ .

### 13.1. Prędkość i przyspieszenie w ruchu złożonym

Rozważmy ruch bezwzględny punktu  $M$ , opisany promieniem-wektorem  $r_M$ , względem układu nieruchomego  $OXYZ$  (rys. 13.1). Położenie punktu  $M$  względem układu ruchomego  $O'xyz$  (w ruchu względnym) opisuje wektor  $r = O'M$  o współrzędnych  $x, y, z$ . Układ ruchomy  $O'xyz$  wykonuje ruch postępowy i obrotowy (ruch unoszenia) względem układu nieruchomego  $OXYZ$ . Ruch obrotowy odbywa się wokół osi  $l$  o dowolnym kierunku w przestrzeni. Punkt  $O'$  wybieramy na osi  $l$ , wobec czego ruch postępowy układu ruchomego  $O'xyz$  jest określony ruchem punktu  $O'$ , którego położenie w układzie nieruchomym  $OXYZ$  jest określone przez promień  $r_0 = OO'$  o współrzędnych  $X, Y, Z$ . Stąd położenie punktu  $M$  w odniesieniu do układu nieruchomego jest określone wektorem  $r_M$ , który jest sumą wektorów  $r_0$  i  $r$

$$r_M = r_0 + r \quad (13.1)$$

gdzie

$$r_0 = Xi + Yj + Zk$$

$$r = xe_i + ye_j + ze_k$$

**Prędkość w ruchu złożonym punktu.** Jeżeli punkt  $M$  porusza się względem układu ruchomego  $O'xyz$ , to współrzędne  $x, y, z$  tego punktu ulegają zmianom. Po zróżniczkowaniu równania (13.1) względem czasu otrzymamy wzór na prędkość bezwzględną punktu  $M$

$$v_M = \frac{dr_M}{dt} = \frac{dr_0}{dt} + \frac{dr}{dt} \quad (13.2)$$

gdzie  $dr_0/dt = v_0$  jest prędkością unoszenia w ruchu postępowym układu ruchomego  $O'xyz$ . Drugi człon prędkości bezwzględnej punktu  $M$  jest równy

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt}e_i + \frac{dy}{dt}e_j + \frac{dz}{dt}e_k + x\frac{de_i}{dt} + y\frac{de_j}{dt} + z\frac{de_k}{dt} \quad (13.3)$$

Pierwsze trzy składniki są składowymi prędkości względnej  $v_w$

$$v_w = \frac{dx}{dt}e_i + \frac{dy}{dt}e_j + \frac{dz}{dt}e_k \quad (13.4)$$